

# 1 ČÍSELNÉ SÚSTAVY

Systém zobrazenia ľubovoľného čísla pomocou určitého počtu znakov sa nazýva *číselná sústava*. Podľa počtu použitých znakov rozoznávame rôzne číselné sústavy.

V bežnom živote sa pri výpočtoch najčastejšie stretávame s *desiatkovou číselnou sústavou*, ktorá na zápis čísla používa 10 znakov (čísllice 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 a 9).

Napr. desiatkové číslo **268,14** môžeme zapísať ako:  $2 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 8 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2}$

**Úplný zápis** každého desiatkového čísla môžeme zapísať pomocou polynómu:

$$\begin{aligned} & Z_n 10^n + Z_{n-1} 10^{n-1} + Z_{n-2} 10^{n-2} + \dots + Z_1 10^1 + Z_0 10^0 + Z_{-1} 10^{-1} + Z_{-2} 10^{-2} + \dots + \\ & + Z_{-m+1} 10^{-m+1} + Z_{-m} 10^{-m} \end{aligned} \quad (1)$$

Ak v polynóme nahradíme základ desiatkovej číselnej sústavy ľubovoľným celým číslom, tak ľubovoľné číslo  $N$  môžeme zapísať:

$$\begin{aligned} N_P = & Z_n P^n + Z_{n-1} P^{n-1} + Z_{n-2} P^{n-2} + \dots + Z_1 P^1 + Z_0 P^0 + Z_{-1} P^{-1} + Z_{-2} P^{-2} + \dots + \\ & + Z_{-m+1} P^{-m+1} + Z_{-m} P^{-m} = \sum_{i=-m}^n Z_i P^i \end{aligned} \quad (2)$$

kde:

$P$  – základ číselnej sústavy (10 – v desiatkovej, 2 – v dvojkovej, 8 – v osmičkovej...),

$Z_i$  – znaky použiteľné v danej číselnej sústave,  $i \in \langle -m, n \rangle$ .

Vo výraze (2) platí:

$Z_n \neq 0$  (číslo nezačíname písať nulou, okrem prípadu nulovej celej časti čísla, ak  $n=0$ ),

$Z_{-m} \neq 0$  (na konci desatinného čísla nepíšeme nuly).

Základom číselnej sústavy môže byť ľubovoľné číslo. Praktický význam z hľadiska informatiky majú číselné sústavy so základom:

$P = 2$  – **dvojková (binárna)** – znaky: 0,1

$P = 8$  – **osmičková (oktálová)** – znaky: 0,1,2,3,4,5,6,7.

$P = 16$  – **šestnástková (hexadecimálna)** – znaky: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F.

Desiatková číselná sústava a pravidlá pre počítanie v tejto sústave sú bežne známe, preto sa budeme zaoberať len nedesiatkovými číselnými sústavami.

## 1.1 Dvojková číselná sústava

Dvojková (binárna) číselná sústava má význam od obdobia vzniku prvých elektronických počítačov. Elektronické konštrukčné prvky počítačov sú najrýchlejšie a najspoľahlivejšie tie, ktoré majú dva stabilné stavy. Tieto fyzikálne prvky svojou činnosťou priamo modelujú znaky dvojkovej číselnej sústavy. Všetky informácie aj v súčasnom počítači sú uložené pomocou dvoch znakov: **0** a **1** (nie je napätie = **0**, je napätie = **1**). Túto základnú jednotku informácie nazývame **1 bit** (z angl. **binary digit** – binárne číslo).

Základ dvojkovej číselnej sústavy je  $P = 2$ , povolené znaky  $Z_i$  sú číslice 0 a 1.

Zápis desiatkových čísel od 0 do 20 v dvojkovej číselnej sústave je zobrazený v tab. 1.1.

<b>P = 10</b>	<b>P = 2</b>	
0	$0.2^0$	0
1	$1.2^0$	1
2	$1.2^1+0.2^0$	10
3	$1.2^1+1.2^0$	11
4	$1.2^2+0.2^1+0.2^0$	100
5	$1.2^2+0.2^1+1.2^0$	101
6	$1.2^2+1.2^1+0.2^0$	110
7	$1.2^2+1.2^1+1.2^0$	111
8	$1.2^3+0.2^2+0.2^1+0.2^0$	1000
9	$1.2^3+0.2^2+0.2^1+1.2^0$	1001
10	$1.2^3+0.2^2+1.2^1+0.2^0$	1010
11	$1.2^3+0.2^2+1.2^1+1.2^0$	1011
12	$1.2^3+1.2^2+0.2^1+0.2^0$	1100
13	$1.2^3+1.2^2+0.2^1+1.2^0$	1101
14	$1.2^3+1.2^2+1.2^1+0.2^0$	1110
15	$1.2^3+1.2^2+1.2^1+1.2^0$	1111
16	$1.2^4+0.2^3+0.2^2+0.2^1+0.2^0$	10000
17	$1.2^4+0.2^3+0.2^2+0.2^1+1.2^0$	10001
18	$1.2^4+0.2^3+0.2^2+1.2^1+0.2^0$	10010
19	$1.2^4+0.2^3+0.2^2+1.2^1+1.2^0$	10011
20	$1.2^4+0.2^3+1.2^2+0.2^1+0.2^0$	10100

**Tab. 1.1** Zápisy čísel v dvojkovej číselnej sústave

Aritmetické operácie v dvojkovej číselnej sústave sú jednoduchšie ako v desiatkovej číselnej sústave, pretože pravidlá pre vykonávanie aritmetických operácií si treba osvojiť len pre dve číslice, ktoré sa môžu vyskytnúť v jednom ráde.

Pravidlá pre aritmetické operácie v dvojkovej číselnej sústave sú nasledujúce:

**Sčítanie:**

$$\begin{aligned} 0 + 0 &= 0 \\ 0 + 1 &= 1 \\ 1 + 0 &= 1 \\ 1 + 1 &= 10 \end{aligned}$$

**Odčítanie:**

$$\begin{aligned} 0 - 0 &= 0 \\ 1 - 0 &= 1 \\ 1 - 1 &= 0 \\ 10 - 1 &= 1 \end{aligned}$$

**Násobenie:**

$$\begin{aligned} 0 \times 0 &= 0 \\ 0 \times 1 &= 0 \\ 1 \times 0 &= 0 \\ 1 \times 1 &= 1 \end{aligned}$$

Delenie sa realizuje ako v desiatkovej sústave pomocou predchádzajúcich troch pravidiel.



## 1.2 Osmičková a šestnástková číselná sústava

Základ *osmičkovej (oktálovej) číselnej sústavy* je  $P = 8$ , povolené znaky  $Z_i$  sú číslice 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Základ *šestnástkovej (hexadecimálnej) číselnej sústavy* je  $P = 16$ , povolené znaky  $Z_i$  sú 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

V polyadických číselných sústavách so základom nižším ako 10 ( $P < 10$ ) neboli problémy s definovaním znakov  $Z_i$ , pretože ich súbor bol podmnožinou desiatkovej sústavy, vypustením čísel vyšších a rovných základu.

V šestnástkovej číselnej sústave musíme k súboru znakov desiatkovej sústavy pridať ešte šesť znakov – písmená veľkej abecedy.

Zápis desiatkových čísel od 0 do 20 v osmičkovej a šestnástkovej číselnej sústave je zobrazený v tab. 1.2.

P = 10	P = 8		P = 16	
0	$0.8^0$	0	$0.16^0$	0
1	$1.8^0$	1	$1.16^0$	1
2	$2.8^0$	2	$2.16^0$	2
3	$3.8^0$	3	$3.16^0$	3
4	$4.8^0$	4	$4.16^0$	4
5	$5.8^0$	5	$5.16^0$	5
6	$6.8^0$	6	$6.16^0$	6
7	$7.8^0$	7	$7.16^0$	7
8	$1.8^1+0.8^0$	10	$8.16^0$	8
9	$1.8^1+1.8^0$	11	$9.16^0$	9
10	$1.8^1+2.8^0$	12	$10.16^0$	A
11	$1.8^1+3.8^0$	13	$11.16^0$	B
12	$1.8^1+4.8^0$	14	$12.16^0$	C
13	$1.8^1+5.8^0$	15	$13.16^0$	D
14	$1.8^1+6.8^0$	16	$14.16^0$	E
15	$1.8^1+7.8^0$	17	$15.16^0$	F
16	$2.8^1+0.8^0$	20	$1.16^1+0.16^0$	10
17	$2.8^1+1.8^0$	21	$1.16^1+1.16^0$	11
18	$2.8^1+2.8^0$	22	$1.16^1+2.16^0$	12
19	$2.8^1+3.8^0$	23	$1.16^1+3.16^0$	13
20	$2.8^1+4.8^0$	24	$1.16^1+4.16^0$	14

**Tab. 1.2** Zápisy čísel v osmičkovej a šestnástkovej číselnej sústave

Aritmetické operácie v osmičkovej a šestnástkovej číselnej sústave sú zdĺhavejšie a obtiažnejšie ako v dvojkovej číselnej sústave, preto tieto sústavy z tohto hľadiska nemajú veľký význam.

✍ *Počítač pracuje s číslami v dvojkovej (binárnej) číselnej sústave. Dvojkové čísla sú obyčajne dlhé a neprehľadné postupnosti núl a jednotiek. Pre ich jednoduchší zápis sa používa osmičková (oktálová) alebo šestnástková (hexadecimálna) číselná sústava. Tieto sústavy sa používajú preto, že prevod medzi dvojkovou, osmičkovou a šestnástkovou sústavou je veľmi jednoduchý.*



*Prevod medzi dvojkovou a osmičkovou číselnou sústavou:*

Pre základy týchto sústav platí:  $2^3 = 8^1$ , t.j. tri rády dvojkového čísla sa zobrazia jedným rádom osmičkového čísla.

*Prevod medzi dvojkovou a šestnástkovou číselnou sústavou:*

Pre základy týchto sústav platí:  $2^4 = 16^1$ , t.j. štyri rády dvojkového čísla sa zobrazia jedným rádom šestnástkového čísla.

**Príklad 10** Prevod čísla  $[11101011010]_2$  do osmičkovej číselnej sústavy.

*Postup prevodu je nasledujúci:*

- číslo rozdelíme po tri číslice sprava doľava,
- každú trojicu číslic prevedieme na číslo v osmičkovej číselnej sústave.

$$[ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 11 & 101 & 011 \\ \hline \end{array} \mid \begin{array}{|c|} \hline 010 \\ \hline \end{array} ]_2 = [3 \ 5 \ 3 \ 2]_8$$

←

**Príklad 11** Prevod čísla  $[11101011010]_2$  do šestnástkovej číselnej sústavy.

*Postup prevodu je nasledujúci:*

- číslo rozdelíme po štyri číslice sprava doľava,
- každú štvoricu číslic prevedieme na číslo v šestnástkovej číselnej sústave.

$$[ \begin{array}{|c|c|} \hline 111 & 0101 \\ \hline \end{array} \mid \begin{array}{|c|} \hline 1010 \\ \hline \end{array} ]_2 = [7 \ 5 \ A]_{16}$$

←

**Príklad 12** Prevod čísla  $[351]_8$  do dvojkovej číselnej sústavy.

*Postup: každú číslicu osmičkového čísla prevedieme na trojmiestne číslo do dvojkovej sústavy (zľava doplníme nuly, napr. číslo  $[1]_8$  vyjadríme ako  $[001]_2$ ).*

$$[ \begin{array}{ccc} 3 & 5 & 1 \\ 011 & 101 & 001 \end{array} ]_8 = [11 \ 101 \ 001]_2$$

**Príklad 13** Prevod čísla  $[B73C]_{16}$  do dvojkovej číselnej sústavy.

*Postup: každú číslicu šestnástkového čísla prevedieme na štvormiestne číslo do dvojkovej sústavy (zľava doplníme nuly, napr. číslo  $[1]_{16}$  vyjadríme ako  $[0001]_2$ ).*

$$[ \begin{array}{cccc} B & 7 & 1 & C \\ 1011 & 0111 & 0001 & 1100 \end{array} ]_{16} = [1011 \ 0111 \ 0001 \ 1100]_2$$